

# MATEMAATIKA AINEKAVA (lai kursus)

## gümnaasiumi 12.klassile

### 1. Õppe-eesmärgid

Lai matemaatika õpetamisega taotletakse, et õpilane:

- 1) kasutab lisaks õpitud rutiinsetele matemaatilistele argumentidele (teoreemid, valemid, meetodid) ka rangeid matemaatilisi põhjendusi ja tõestusi ning esitab neid, arutledes seejuures loogiliselt ja loovalt;
- 2) esitab igapäevateadmistel põhinevaid loogilisi argumente, teeb lihtsamaid mitmesammulisi loogilisi järeldusi ja hindab erinevate argumentide tõesust ja kehtivusvaldkondi;
- 3) leiab lihtsamale matemaatikaülesandele sobiva lahendustee sarnaste õpitud strateegiate seast ning analüüsib ühe ja sama ülesande erinevaid võimalikke lahendusteid, vastavaid matemaatilisi protseduure, saadud tulemuse kontrollimise viise ja kasutatud abivahendite kasutuspiire ning -võimalusi;
- 4) leiab lahendustee ja matemaatilised vahendid mitmeastmelist lahendusstrateegiat nõudva kompleksse probleemi lahendamiseks. Seejuures kasutab ta loovalt samm-sammulist järelduselt järeldusele liikumist, hüpoteeside püstitamist, põhjendamist ja ümberlükkamist;
- 5) tunneb ära matemaatikas õpitud mudelite abil lahenduvad reaalelu probleemid, esitab tuttava reaalelulise situatsiooni matemaatilise mudeli;
- 6) tõlgendab ja hindab saadud matemaatilist tulemust vastavas kontekstis ning kohandab õpitud matemaatilist mudelit loovalt vastavalt muutunud tingimustele;
- 7) modelleerib kompleksset reaalelulist situatsiooni, määrates selleks vajalikud muutujad ja neile püstitatud tingimused ning valmistab ja kasutab matemaatika standardseid esitusvahendeid nii eluliste situatsioonide kirjeldamisel kui ka teistes õppeainetes;
- 8) hindab erinevaid esitusvahendeid eesmärgipäraselt ja probleemile vastavalt, käib asjakohaselt ja arusaadavalt ümber mitteusaldatavate/-sobivate esitusvormidega ja arendab kasutatavaid esitusvahendeid probleemile vastavalt;
- 9) sooritab elementaarseid lahendus- ja teisenduskäike, kasutades matemaatilisi sümboleid ja valemid ning digitaalseid ja mittedigitaalseid abivahendeid;
- 10) esitab sisukalt ja täielikult probleemi mitmeetapilise lahendustee või argumentatsiooni (ka digitaalselt) ja käsitleb matemaatilisi objekte tuttavas kontekstis;
- 11) mõistab teiste isikute esitatud matemaatilise sisuga tekste ning leiab matemaatilise sisuga tekstidest vajalikku informatsiooni, kusjuures informatsiooni paigutus tekstis ei pea tingimata vastama selle matemaatilise töötlemise sammude järjekorrale;
- 12) suudab arusaadavalt selgitada mitmeetapilisi arutlusi ja lahendusteid ning saadud tulemust;
- 13) võrdleb, hindab ja vajaduse korral korrigeerib teiste inimeste suulisi ja kirjalikke matemaatilise sisuga tekste.

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamise igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes 9 ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid ja kasutatakse vastavat IKT tarkvara. Tähtsal kohal on tõestamine ja põhjendamine.

### 2. Õppesisu

#### XI kursus

#### **Integraal. Planimeetria. (35 tundi)**

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Põhiintegraalide tabel. Kõvertrapets. Määratud integraal ja selle omadused. Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala ja pöördkeha ruumala arvutamisel.

Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga kesklõik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade übermõõtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine tasandigeomeetria abil.

## **XII kursus**

### **Sirge ja tasand ruumis. (35 tundi)**

Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis. Kahe punkti vaheline kaugus. Punkti kohavektor ja vektori koordinaadid ruumis. Vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus. Kahetahuline nurk. Kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikused asendid ning nende vaheline nurk stereomeetria ülesannetes. Kiivsirged. Kolme ristsirge teoreem. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine ruumigeomeetria abil.

## **XIII kursus**

### **Stereomeetria. (35 tundi)**

Hulktahukas. Korrapärased hulktahukad. Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala. Pöördkehad. Silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala. Silindri, koonuse või kera pindala ning ruumala valemite tuletamine. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine ruumigeomeetria abil.

## **XIV kursus**

### **Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine (35 tundi)**

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil. Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Tulemuste kontrollimine digivahenditega.

## **3.Õpitulemused**

### **XI kursuse lõpus õpilane:**

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli ja integraali omaduste järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab määratud integraali leides Newtoni-Leibnizi valemit;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- 5) uurib IKT vahendite abil geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- 6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;
- 7) tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad tasandigeomeetrias õpitud kujundite omadustega; tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning

tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

### **XII kursuse lõpus õpilane:**

- 1) kirjeldab ja määrab punkti asukoha ruumis koordinaatide abil;
- 2) selgitab ja rakendab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
- 3) kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ning kahe vektori vahelise nurga;
- 5) määrab kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nende vahelise nurga stereomeetria ülesannetes;
- 6) tunneb ära ainealased ja -välised probleemid, mis on lahendatavad ruumigeomeetrias õpitud seoste abil; tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

### **XIII kursuse lõpus õpilane:**

- 1) omab süsteemse ettekujutuse hulktahukate ja pöördkehade liikidest, tuletab nende pindala ja ruumala arvutamise valemeid;
- 2) kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 3) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
- 4) tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on mudeldatavad ruumigeomeetrias õpitud kujunditega ja nende omadustega; tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

### **XIV kursuse lõpus õpilane:**

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid sobivalt valitud strateegia abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid matemaatikamudelitega kirjeldatavaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab digivahendeid ainealaseid ja -väliseid probleeme lahendades.

## **4.Hindamine**

- Kujundav
- Jooksev
- Kokkuvõttev (kursus, kooliastmehinne)

Jooksva hindamise puhul õpilasel peab olema mitte vähem kui 3 jooksvat hinnet, mille alusel moodustab kursuse lõplik hinne.

Jooksev hindamine sisaldab:

- Hinded suulise vastuse eest
- Hinded kirjaliku küsitluse alusel
- Hinded kontrolltöö eest

Õppeaasta jooksul rakendatakse viiepallisüsteemis.

<b>Hinne</b>	<b>Integraal. Planimeetria.</b>
<b>5</b>	<p>Selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli, integraali omaduste järgi. Selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides. Arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala. Selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel. Uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel. Selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist. Lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja tõestusülesandeid. Kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.</p>
<b>4</b>	<p>Selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli, integraali omaduste järgi. Selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides. Arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala. Selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel. Uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel. Selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist. Lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid.</p>
<b>3</b>	<p>Selgitab algfunktsiooni, kõvertrapetsi mõistet. Selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel. Uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi (õpetaja abil). Selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist. Lahendab planimeetria arvutusülesandeid (õpetaja abil).</p>
<b>2</b>	<p>Selgitab osaliselt algfunktsiooni, kõvertrapetsi mõistet, geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel (ainult õpetaja abil). Ei tunne piisavalt hästi kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist.</p>
<b>Hinne</b>	<b>Sirge ja tasand ruumis.</b>
<b>5</b>	<p>Kirjeldab punkti koordinaate ruumis. Selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist. Kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid. Arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga. Kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.</p>

4	Kirjeldab punkti koordinaate ruumis. Selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist. Kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid. Arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga. Kasutab vektoreid ülesandeid lahendades.
3	Kirjeldab punkti koordinaate ruumis. Selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist. Tunneb sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid. Arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga (õpetaja abil). Püüab kasutada vektoreid ülesandeid lahendades.
2	Ei kirjelda piisavalt hästi punkti koordinaate ruumis. Selgitab osaliselt ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist. Tunneb ebapiisavalt sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid. Arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga (ainult õpetaja abil).
<b>Hinne</b>	<b>Stereomeetria</b>
5	Kirjeldab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid. Tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi. Kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga. Arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala. Kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.
4	Kirjeldab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid. Tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi. Kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga. Arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala.
3	Tunneb hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid. Tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi (õpetaja abil). Kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (õpetaja abil). Arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala (õpetaja abil).
2	Ei tunne piisavalt hästi hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid. Kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (ainult õpetaja abil). Arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala (ainult õpetaja abil).
<b>Hinne</b>	<b>Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine</b>
5	Selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust. Tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone. Kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid. Lahendab tekstülesandeid võrrandite abil.

	Märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid; koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks. Kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel.
4	Tunneb lihtsamate matemaatilise mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone. Lahendab tekstülesandeid võrrandite abil. Märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid. Koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks. Kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel.
3	Tunneb lihtsamate matemaatilise mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone. Lahendab tekstülesandeid võrrandite abil (õpetaja abil). Märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid. Koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks (õpetaja abil). Kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel.
2	Ei tunne piisavalt hästi lihtsamate matemaatilise mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone. Lahendab tekstülesandeid võrrandite abil (ainult õpetaja abil). Ei märka reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid. Ei saa hakkama kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid koostamisega ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks (ainult õpetaja abil). Kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel.

## 5.Õppekirjandus

Matemaatika õpik 12. klassile. Kalle Velsker, Lea Lepmann, Tiit Lepmann.  
Matemaatika lisamaterjal. Anu Oks, Heldenä Taperson  
Matemaatika kontrolltööd. Anu Oks, Heldenä Taperson

## 6.Õppevahendid

- õpik
- vihik
- taskuarvuti
- tabelid
- makeedid (näitvahendid)
- projektor
- SMART-tahvel
- matemaatika tarkvara programmid, äpid